<u>Ćwiczenia VII</u> Podstawy fizyki kwantowej

Zadanie 1

Mamy funkcję falową będącą superpozycją

$$\psi(t,\mathbf{r}) = c_0\psi_0(t,\mathbf{r}) + c_1\psi_1(t,\mathbf{r}),$$

gdzie c_0, c_1 są rzeczywistymi stałymi, a $\psi_0(t,\mathbf{r}), \psi_1(t,\mathbf{r})$ stacjonarnymi rozwiązaniami równania Schrödingera

$$\psi_0(t,\mathbf{r}) = e^{-\frac{iE_0 t}{\hbar}}\varphi_0(\mathbf{r}), \qquad \psi_1(t,\mathbf{r}) = e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}}\varphi_1(\mathbf{r}),$$

przy czym $\varphi_0(\mathbf{r})$ i $\varphi_1(\mathbf{r})$ są rozważanym na poprzednich ćwiczeniach unormowanymi do jedności, wzajemnie ortogonalnymi funkcjami

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{3/4} e^{-a\mathbf{r}^2}, \qquad \phi_1(\mathbf{r}) = \frac{2^{7/4}a^{5/4}}{\pi^{3/4}} x e^{-a\mathbf{r}^2},$$

gdzie $\mathbf{r} = (x,y,z)$, zaś a jest dodatnią stałą rzeczywistą.

Znaleźć warunek, jaki muszą spełniać stałe c_0, c_1, aby funkcja $\psi(t,\mathbf{r})$ była unormowana. Rozważyć zależność od czasu kwadratu modułu $|\psi(t,\mathbf{r})|^2$.

Zadanie 2

Rozważyć hamiltonian, w którym energia potencjalna, jest wielkością zespoloną tzn. poza częścią rzeczywistą posiada również część urojoną.

1) Pokazać, że taki hamiltonian jest niehermitowski, tak długo jak urojona część energii potencjalnej jest niezerowa.

2) Obliczyć $\frac{d}{dt}\int d^3r|\psi(t,\mathbf{r})|^2$, zakładając, że funkcja falowa spełnia równanie Schrödingera z owym niehermitowskim hamiltonianem.

3) Ustalić jak niezerowa, urojona część energii potencjalnej modyfikuje równanie ciągłości prądu prawdopodobieństwa.